DOPPIOZERO

La creazione continua della matematica

Giuseppe O. Longo

2 Agosto 2017

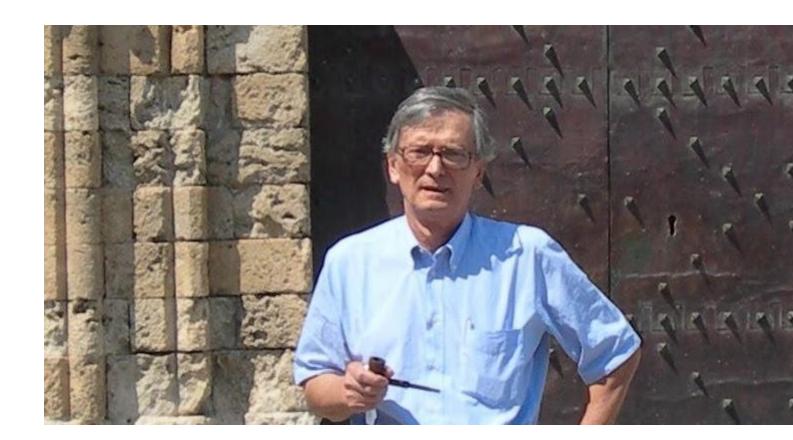
Tra il 1824 e il 1826 lâ??embriologo francese Antoine Etienne Renaud Augustin Serres (1786-1868) avanzò lâ??ipotesi che lâ??ontogenesi ricapitoli la filogenesi, cioÃ" che le tappe attraverso le quali un organismo vivente si sviluppa, dalla cellula ovarica fecondata allâ??embrione e allâ??individuo completo, riassumano, specie nelle prime fasi, prenatale e perinatale, le fasi dellâ??evoluzione propria della specie di cui fa parte lâ??organismo considerato. La tesi di Serres fu ripresa e approfondita dal grande biologo, filosofo e artista tedesco Ernst Heinrich Haeckel (1834-1919), convinto darwiniano. Anche se oggi non Ã" più accettata in ambito scientifico, la teoria della ricapitolazione rimane tuttavia affascinante e suggerisce, nellâ??apprendimento di una materia, di far ripercorrere al discente le fasi dello sviluppo storico di quella disciplina.

Questa impostazione, in genere, non \tilde{A} " adottata nei corsi universitari, nei quali si preferisce esporre la materia in modo sistematico, specie per quanto riguarda le discipline esatte, come la matematica: se $ci\tilde{A}^2$ risulta $pi\tilde{A}^1$ facile e comodo, soprattutto per il docente, si sottrae agli studenti il piacere di partecipare, sia pure indirettamente, allâ??emozione della scoperta. La sistemazione rigorosa, astratta e asettica, mette in evidenza solo i risultati e spesso impedisce di afferrare le tappe e le ragioni del progresso. Non si \tilde{A} " partecipi dei problemi, dei drammi, dei palpiti e delle delusioni, insomma di tutti gli aspetti che imprimono in ogni disciplina il marchio degli umani: lo smarrimento di fronte al mistero, lâ??audacia delle conquiste, lo stupore davanti ai risultati.

Ricordo la grande impressione che fece su di me, studentello diciottenne di analisi matematica, la lettura di un aureo libriccino, *Piccola storia della matematica*, dello scrittore, romanziere e matematico austriaco Egmont Colerus: le teorie, i teoremi e tutto lâ??ambaradan che assorbivo un poâ?? con gli occhi chiusi (vedi Federigo Tozzi) alle lezioni dellâ??ottimo Giovanni Prodi, acquistarono grazie alla prospettiva storica, una giustificazione, quasi direi una redenzione. Allâ??estremo opposto della *Piccola storia* si collocava il grande trattato di Bourbaki, *Eléments de mathématique*, un vero e proprio monumento che mirava alla completezza, al rigore, allâ??autocoerenza. Per fortuna lo lessi (in parte, beninteso) solo dopo la laurea, quando potevo considerarmi vaccinato nei confronti del rigore. Forse per una sorta di compensazione, ai dieci volumi del trattato i bourbakisti avevano aggiunto gli *Elementi di storia della matematica*, che sfogliai distrattamente, ripensando al mio Colerus.

Il libro di Gabriele Lolli, matematico e logico a tutto tondo, \tilde{A} " di lettura gradevole (ma non del tutto agevole per il lettore non matematico, al quale consiglio di non incaponirsi sulle dimostrazioni e sulle formule, ma di seguire la trattazione da una certa altezza) e, soprattutto nella prima parte, adotta lâ??impostazione storica, spaziando dalla Cina allâ??India al Mediterraneo arabo e poi allâ??Italia e allâ??Europa, collegando i progressi della matematica ai problemi pratici, di calcolo e di misurazione, che soprattutto i mercanti e gli agrimensori si trovavano ad affrontare. Lâ??autore ci fa scoprire metodi per far di conto ormai dimenticati a favore di impostazioni successive, forse pi \tilde{A}^1 semplici ma non necessariamente pi \tilde{A}^1 ingegnose, e cos \tilde{A} si

vede come â??nella storia della matematica si riscontrino alterne vicende di permanenza e di oblio di conoscenze, lâ??ondivaga fortuna della consapevolezza della loro importanza e del loro sfruttamento o al contrario la disattenzione o disinteresse per le loro potenzialitĂ â?• (p. 15), che Ă" un riconoscimento del carattere sociale e culturale della matematica nel suo farsi: â??La loro [dei numeri] natura sembra quella di un prodotto culturale piĂ¹ che qualcosa di ontologicamente solidoâ?• (p. 16).



Dunque si pone il solito problema: gli enti matematici esistono in qualche senso e noi li scopriamo, oppure sono da noi costruiti? Nel 1960 il fisico ungherese naturalizzato americano Eugene Wigner (Nobel 1963) scrisse un articolo famoso, *Lâ??irragionevole efficacia della matematica nelle scienze naturali*, dove si poneva il problema di come potesse la matematica, in apparenza libera creazione della nostra mente, descrivere e prevedere i fenomeni della natura, che certo non dipendono da noi. Dopo Wigner (e anche prima di lui) il problema Ã" stato affrontato da innumerevoli studiosi, ma una risposta soddisfacente non si Ã" ancora trovata. Tuttavia accettiamo con gratitudine questo dono meraviglioso, anche se, come dice Wigner, non lo comprendiamo e non lo meritiamo.

Ã? interessante notare come il legame primordiale tra i numeri e le grandezze da misurare se per un verso consente lo sviluppo delle varie famiglie numeriche, dallâ??altra ostacola fortemente il riconoscimento di altre. A lungo ai numeri naturali (1, 2, 3...) sono stati attribuite valenze metafisiche e sacre e sono stati accettati solo i numeri interi positivi e le frazioni positive, mentre i numeri negativi sono stati respinti in quanto innaturali e assurdi: come si può concepire una superficie negativa o un volume negativo? E proprio le difficoltà soprattutto psicologiche incontrate da alcune generalizzazioni (numeri negativi, immaginari, irrazionali: tutte denominazioni dal sapore svalutativo rispetto alla soda concretezza dei numeri interi positivi) confermano i forti legami della matematica con gli aspetti culturali e pratici della quotidianità . Ma via via anche gli interi negativi e le frazioni (numeri razionali) negative si sono conquistati un posto nella vasta e ramificata selva dei numeri.

Questa accettazione fu agevolata dalla tentazione di eseguire le operazioni anche sulle entit A negative, il che indica come siano le operazioni e non i numeri sui quali esse si effettuano la vera ossatura della compagine numerica: â??Non sono i numeri i protagonisti, ma le operazioni, le funzioni, le relazioni su di essi; come in un film, i numeri sono le comparse, solo qualcuno emerge; altrimenti A la trama che importa a?• (p. 22).

Non Ã" possibile dar conto in una breve recensione della ricchezza di questo libro: basti dire che da una parte ci sono i matematici, in antico quasi tutti anonimi e perduti nellâ??oscurità del tempo fino a Leonardo Pisano (Fibonacci), e siamo intorno al Duecento: di lì in poi i grandi scopritori sono ricordati per nome, da Cardano a Gauss a Eulero a Kronecker a Cantor a Gödel e via... enumerando; dallâ??altra ci sono le loro creazioni, intuizioni, dimostrazioni, che contribuiscono a fare della matematica e in particolare del vasto paesaggio dei numeri una disciplina affascinante e sempre più articolata grazie alle continue estensioni e generalizzazioni.

Un giusto spazio \tilde{A} " dedicato a certi numeri, come \ddot{I} ? e soprattutto e, fino ad arrivare a una delle tantissime formule dovute a Eulero

$$e^{i\ddot{\mathbf{I}}?} + 1 = 0$$

che secondo alcuni (per esempio Richard Feynman) \tilde{A} " la pi \tilde{A}^1 bella di tutta la matematica poich \tilde{A} © lega tra loro, in modo esemplarmente semplice e sorprendente, i cinque numeri fondamentali e, \ddot{I} ?, i, 1, 0. Si aprono $\cos\tilde{A}$ ¬ squarci baluginanti sulle profondit \tilde{A} della matematica, che acquistano suggestioni quasi mistiche con la scoperta dei numeri transfiniti. E le estensioni non si fermano, generando quella che Lolli chiama giustamente \hat{a} ??la foresta dei numeri \hat{a} ?, dove crescono piante esotiche che non vengono illustrate a scuola: i quaternioni, l \hat{a} ??aritmetica modulare, l \hat{a} ??algebra delle matrici, i numeri p-adici e appunto i numeri transfiniti, con la scoperta sconcertante che non tutti gli infiniti sono uguali tra loro. E in tutto ci \tilde{A}^2 la storia dimostra invariabilmente che \hat{a} ??All \hat{a} ??inizio le idee nuove sono sempre pi \tilde{A}^1 complicate... rispetto a quello che diventano in seguito \hat{a} ?• (p. 75), e questo \tilde{A} " uno dei motivi per cui spesso si preferisce un \hat{a} ??esposizione sistematica dei risultati, trascurando le tortuosit \tilde{A} degli sviluppi storici: insomma si preferisce fornire l \hat{a} ??immagine un tantino ingannevole di una matematica pura e cristallina, pacificata, decantata dalle scorie e lontana dal travaglio maieutico.

Ci si avvicina $\cos \tilde{A} \neg$ alla visione strutturalista della matematica: \hat{a} ??non importa cosa sono i numeri, ma come si ragiona parlando dei numeri \hat{a} ?• (p. 104).

Nella visione moderna sono importanti dunque le strutture, le operazioni e le loro propriet \tilde{A} , riassunte in un insieme possibilmente scarno di assiomi. Lâ??impostazione assiomatica consente di riconoscere che configurazioni con elementi, operazioni e relazioni dotati di nomi diversi sono in realt \tilde{A} la stessa struttura; si passano $\cos \tilde{A} \neg$ in rassegna certe strutture fondamentali: gli anelli, i gruppi, i corpi, i campi. Per esempio, un anello \tilde{A} " un insieme di elementi su cui sono definite due operazioni (che per semplicit \tilde{A} possiamo pensare come lâ??addizione e la moltiplicazione) che hanno certe propriet \tilde{A} , mentre tra gli elementi ve ne sono alcuni (lo zero e magari lâ??unit \tilde{A}) dotati di attributi particolari... Che poi gli elementi dellâ??anello siano gli interi pari o i quaternioni o una certa famiglia di polinomi o altro ancora, questo \tilde{A} " meno essenziale.

Si giunge, con la forza delle generalizzazioni e dellâ??assiomatica, allâ??ultimo capitolo, intitolato â??Conclusione surrealeâ?• e che si apre con una parabola genetica (ispirata al libro della Genesi) dovuta al guru dellâ??informatica Donald E. Knuth: si scopre una nuova versione della Creazione dei numeri, che non si arresta dopo sette giorni, ma continua, come in certe varianti cosmologiche continua la creazione della materia. Nascono così i numeri surreali, aggettivo che, a questo punto, non dovrebbe più sorprendere nessuno, inventati (o scoperti?) nei primi anni settanta da John Conway, quello del Gioco della Vita. Senza addentrarci nei meandri della loro definizione, diciamo solo che i numeri surreali corrispondono a â??un metodo di generazione uniforme di tutti i numeri noti in unâ??unica famiglia che comprende interi, razionali, reali, infinitesimi e infiniti, ordinali e cardinali infiniti... e prevede che le operazioni si applichino a tutti indipendentemente dalla specie a cui appartengono, per esempio reale per ordinale, in una prospettiva di ibridazione, o incrocio interrazialeâ?• (p. 124).

Si compie a questo modo il passaggio dallâ??impostazione storica, avventurosa ma frammentaria, basata sulla risoluzione di problemi particolari, a unâ??impostazione assiomatico-strutturale, che riprende, generalizzandola, la teoria delle proporzioni dei Greci e il metodo delle sezioni con cui alla fine dellâ??Ottocento Richard Dedekind aveva introdotto i numeri reali a partire dai razionali. Il capitolo si chiude con unâ??asserzione, â??La creazione dei numeri dunque continuaâ?•(p. 129), che giustifica il sottotitolo del libro e apre prospettive vertiginose su quello che può ancora diventare la matematica quando parla di sé stessa, sciogliendo ogni residuo legame con la realtà esterna.

Gabriele Lolli, Numeri. La creazione continua della matematica, Bollati Boringhieri, Torino 2015, pagg. 138, â?¬14,00.

Se continuiamo a tenere vivo questo spazio Ã" grazie a te. Anche un solo euro per noi significa molto. Torna presto a leggerci e SOSTIENI DOPPIOZERO

